

# EKONOMSKI FAKULTET BEOGRAD

## MATEMATIKA

I godina/zimski semestar/obavezan/akademsko-opšteobrazovni/svi moduli/10 ESPB/fond časova (predavanja+vežbe): 60+60, ili nedeljno: 4+4

**1. CILJ:** Ovladavanje osnovnim elementima matematičke metodologije koja se primenjuje u ekonomiji.

**2. SADRŽAJ:** OSNOVNI POJMOVI. Jezik matematike, formule i dokazi. Skupovi. Grafovi. Binarne relacije. Funkcije. Operacijsko-relacijske strukture. Uredeno polje realnih brojeva. Realne funkcije. Osnovne i elementarne funkcije. ELEMENTI LINEARNE ALGEBRE. Sistemi linearnih jednačina. Gausov metod. Matrice i determinante. Operacije sa matricama. Matrice i grafovi. Determinante. Inverzna matrica. Rang matrice i linearna zavisnost. Teorema o bazisnom minoru. Kroneker-Kapelijeva teorema. Matrični metod. Kramerovo pravilo. NIZOVI I REDOVI. Nizovi. Osobine nizova. Granična vrednost niza. Aritmetičke osobine konvergentnih nizova. Redovi. Osobine konvergentnih redova. Opšti Košijev kriterijum konvergencije. Potreban uslov za konvergenciju reda. Redovi sa pozitivnim članovima. Kriterijumi konvergencije redova. UVOD U TEORIJU REALNIH FUNKCIJA JEDNOG ARGUMENTA. Granična vrednost funkcije. Osobine granične vrednosti funkcije. Neprekidnost i osobine neprekidnih funkcija. Neprekidnost funkcije na zatvorenom intervalu. ELEMENTI DIFERENCIJALNOG RAČUNA. Prvi izvod i diferencijabilnost. Izvodi elementarnih funkcija i osnovna pravila diferenciranja. Izvod složene funkcije. Logaritamsko diferenciranje. Izvod parametarski zadate funkcije. Izvod inverzne funkcije. Izvod implicitne funkcije. Geometrijska interpretacija izvoda. Diferencijal funkcije. Izvodi i diferencijali višeg reda. Osnovne teoreme diferencijalnog racuna. Fermaova, Rolova, Lagranžova i Košijeva teorema. Tejlorova formula. Lopitalova teorema. Ispitivanje funkcije pomoću izvoda. Asimptote. Prvi izvod, monotonija i ekstremne vrednosti. Drugi izvod, konveksnost i prevojne tacke. Primeri ispitivanja toka funkcije. NEODREĐENI, ODREĐENI I NESVOJSTVENI INTEGRAL. Neodređeni integral. Primitivna funkcija i neodređeni integral. Tablica neodređenih integrala. Osnovna pravila integracije. Metoda neposredne integracije. Integracija metodom smene. Metod parcijalne integracije. Integracija racionalnih funkcija. Integracija nekih trigonometrijskih funkcija. Integracija nekih iracionalnih funkcija. Određeni integral. Površina krivolinijskog trapeza. Definicija određenog integrala. Egzistencija i geometrijska interpretacija određenog integrala. Osnovne osobine. Veza između određenog i neodređenog integrala (Njutn-Lajbnicova formula). Metoda zamene kod određenog integrala. Metoda parcijalne integracije kod određenog integrala. Neke primene određenog integrala. Površina ravnih likova. Nesvojstveni integral. Nesvojstveni integral u odnosu na oblast integracije. Nesvojstveni integral u odnosu na funkciju. Košijev integralni kriterijum za konvergenciju redova. FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH I DVOJNI INTEGRAL. Funkcije više promenljivih. Euklidov n-dimenzionalni prostor. Definicija metrickog i Euklidovog prostora. Operacije sa vektorima. Otvoreni i zatvoreni skupovi. Definicija funkcije više promenljivih. Granična vrednost funkcije više promenljivih. Priraštaj funkcije više promenljivih. Neprekidnost funkcije više promenljivih. Parcijalni izvodi. Diferencijabilnost i totalni diferencijal. Diferenciranje implicitnih funkcija. Tejlorova i Maklorenova formula. Lokalne ekstremne vrednosti funkcije sa n promenljivih. Lokalni ekstremi funkcije sa dve promenljive. Lokalne ekstremne vrednosti funkcije n promenljivih. Uslovne (vezane) ekstremne vrednosti funkcije. Lagranžov metod za funkcije dve promenljive. Lagranžov metod za funkcije n promenljivih. Dvojni integral. Definicija dvojnog

integrala. Osobine dvojnog integrala. Izračunavanje dvojnog integrala. DIFERENCIJALNE JEDNAČINE. Diferencijalne jednačine. Diferencijalne jednačine prvog reda. Jednačina koja razdvaja promenljive. Homogena diferencijalna jednačina. Linearna diferencijalna jednačina. Bernulijeva diferencijalna jednačina. Neke diferencijalne jednačine drugog reda. Diferencijalna jednačina koja ne sadrži  $y$ . Diferencijalna jednačina koja ne sadrži  $x$ . Linearna diferencijalna jednačina drugog reda sa konstantnim koeficijentima. Homogena linearna diferencijalna jednačina drugog reda. Nehomogena linearna diferencijalna jednačina drugog reda. ELEMENTI TEORIJE VEROVATNOĆE. Algebra slučajnih događaja. Pojam verovatnoće. Uslovna verovatnoća i nezavisni događaji. ELEMENTI FINANSIJSKE MATEMATIKE. Procentni račun. Kamatni račun. Prost kamatni račun. Složen kamatni račun. Početna i krajnja vrednost kapitala. Funkcija akumulacije. Preračunavanje kamatnih stopa. Kredit. Kredit sa jednakim otplatama. Kredit sa jednakim anuitetima.

Napomena: Iako se sledeće metodske jedinice ne obrađuju tokom nastave, preporučujemo studentima da ih samoinicijativno savladaju radi sticanja potpunije matematičke osnove za praćenje i razumevanje analitičkih ekonomskih disciplina: Vektorski prostor i njegove osnovne osobine. Sopstveni vektori i sopstvene vrednosti. Diferencne jednačine drugog reda. Linearna diferencna jednačina drugog reda. Rešavanje diferencne jednačine drugog reda sa konstantnim koeficijentima.

### 3. LITERATURA:

B. Boričić, M. Ivović, M. Ilić, *Matematika*, Ekonomski fakultet, Beograd, 2014.

M. Ivović, B. Boričić, M. Ilić, D. Azdejković, J. Stanojević, *Zbirka zadataka iz matematike*, Ekonomski fakultet, Beograd, 2014.

C. P. Simon, L. Blume, *Mathematics for Economists*, W. W. Norton & Comp., New York, 1994.

K. Sydaeter, P. Hammond, *Essential Mathematics for Economic Analysis*, Prentice Hall, London, 1995.

Napomena: Kao dopunska literatura može poslužiti i svaki drugi kvalitetan univerzitetski udžbenik (i zbirka zadataka), na našem ili stranom jeziku, koji se bavi materijom predviđenom nastavnim programom.

**4. PLAN RADA NA PREDMETU:** Nastava će se realizovati kroz 60 časova predavanja i 60 časova vežbi, što tokom petnaest radnih sedmica u semestru znači  $2 \times 2$  časa predavanja nedeljno i  $2 \times 2$  časa vežbi nedeljno. Na predavanjima se uvode novi pojmovi i definiše njihov status u matematičkoj teoriji, dok se na vežbama rade primeri-zadaci koji ilustruju konkretne primene i omogućuju neposrednije ovladavanje metodologijom koja se izučava. Gore dati program ovog predmeta će se vremenski realizovati sa sledećim fondom časova (broj časova predavanja + broj časova vežbi):

OBNAVLJANJE GRADIVA (ELEMENTARNA MATEMATIKA) (0+2)

ELEMENTI LINEARNE ALGEBRE (8+8)

**PRVI KOLOKVIJUM (29.9.-05.10.2014.)**

RELACIJE I FUNKCIJE (4+4)

NIZOVI I REDOVI (4+4)

GRANIČNA VREDNOST FUNKCIJE I NEPREKIDNOST (4+4)

IZVOD I DIFERENCIJAL (4+4)

**DRUGI KOLOKVIJUM (01.11.-09.11.2014.)**

OSNOVNE TEOREME DIFERENCIJALNOG RAČUNA I ISPITIVANJE FUNKCIJA(6+6)  
NEODREĐENI, ODREĐENI I NESVOJSTVENI INTEGRAL (8+8)  
FUNKCIJE VIŠE PROMENLJIVIH (6+6)  
DVOJNI INTEGRAL (2+2)  
DIFERENCIJALNE JEDNAČINE (6+6)  
**TREĆI KOLOKVIJUM (06.12.-14.12.2014.)**  
ELEMENTI TEORIJE VEROVATNOĆA (2+2)  
ELEMENTI FINANSIJSKE MATEMATIKE (2+0)  
VEŽBANJE ISPITNIH ZADATAKA (4+4)

Napomena: U cilju potpunijeg savladavanja predviđenog gradiva, kvalitetnijeg obavljanja kolokvijuma ili, eventualne, nadoknade izgubljenih časova koje ne predviđa ovaj plan rada, vanredni časovi će, moguće, biti održani subotom ili nedeljom.

**5. NAČIN RADA NA PREDMETU:** Na časovima predavanja se obrađuju teorijski elementi materije predviđene programom, uz mnoštvo ilustrativnih primera, dok na časovima vežbi dominiraju primeri-zadaci. Na vežbama će rad pretežno biti interaktivan i studenti će biti u mogućnosti da sopstvenim angažovanjem budu oslobođeni dela ili celine gradiva predviđenog za polaganje kolokvijuma. Na samom kolokvijumu će biti zastupljena materija koja je obrađena na predavanjima i vežbama od početka školske godine do dana održavanja kolokvijuma.

**6. OBAVEZE STUDENATA:** Mada se ne vodi evidencija o prisustvovanju, studenti su dužni da redovno pohađaju časove predavanja i vežbi. U toku semestra su dužni i da polažu kolokvijume. Prethodne obaveze se ne odnose na studente na daljinu.

**7. OCENJIVANJE STUDENATA:** Dva položena kolokvijuma predstavljaju neophodan uslov za polaganje ispita. Ispit se sastoji od pismenog i usmenog dela. Pismeni deo ispita je eliminatoran. Na pismenom delu ispita se radi pet zadataka (svaki po 20 bodova), a na usmenom delu ispita se odgovara na tri teorijska pitanja (svako po 33.33 boda). Da bi stekao pravo da pristupi usmenom delu ispita kandidat treba da ostvari i najmanje 51 bod na pismenom delu ispita. Konačnu ocenu kandidat dobija po položenom usmenom delu ispita (ostvaren 51 bod). Konačna ocena se formira na bazi ocena dobijenih na kolokvijumima (ponder 0.3), pismenom delu ispita (ponder 0.3) i znanja pokazanog na usmenom delu ispita (ponder 0.4).

#### **8. NASTAVNICI I SARADNICI NA PREDMETU:**

1. *prof. dr Branislav Boričić*, prijem studenata: utorak 14–16, kabinet 613, tel. 3021005, e-mail: [boricic@ekof.bg.ac.rs](mailto:boricic@ekof.bg.ac.rs)

2. *dr Mirjana Ilić*, docent, prijem studenata: utorak 12–14, kabinet 410, tel. 3021170, e-mail: [mirjanailic@ekof.bg.ac.rs](mailto:mirjanailic@ekof.bg.ac.rs)

3. *mr Dragan Azdejković*, asistent, prijem studenata: sreda 12-16, kabinet 713, tel. 3021103, e-mail: [azdr@ekof.bg.ac.rs](mailto:azdr@ekof.bg.ac.rs)

4. *mr Jelena Stanojević*, asistent-pripravnik, prijem studenata: petak 12-16, kabinet 720, tel. 3021183, e-mail: [jelenas@ekof.bg.ac.rs](mailto:jelenas@ekof.bg.ac.rs)

Napomena: Vreme prijema studenata može biti tokom semestra promenjeno, zavisno od raspreda nastave, o čemu će studenti biti obavješteni na času.

Beograd, 22.9.2014.

PREDMETNI NASTAVNICI